$\Leftrightarrow \widehat{IOO_1} = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\widehat{OIO_1} \Leftrightarrow \widehat{IOO_1} = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$.

• Nommons I_1 le milieu de $[OO_1]$

$$\frac{OO_1}{OI} = \frac{2.OI_1}{OI}$$

$= 2\cos\widehat{IOI_1}$ car IOI_1 est un triangle rectangle en I_1

$= 2\cos\widehat{IOO_1} = 2\cos\frac{\pi}{6} = 2\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

Ainsi le rapport de s est $\sqrt{3}$.

$* \; s(I) = O_1 \Rightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OO_1}\right)}$ est l'angle de s.

OIO_1 est isocèle en $I \Rightarrow 2\widehat{\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OO_1}\right)} + \widehat{\left(\overrightarrow{IO_1};\overrightarrow{IO}\right)} \equiv \pi \quad [2\pi]$

$$\Leftrightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OO_1}\right)} \equiv \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\widehat{\left(\overrightarrow{IO_1};\overrightarrow{IO}\right)} \quad [\pi]$$

$$\Leftrightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OO_1}\right)} \equiv \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \quad [\pi]$$

$$\Leftrightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OO_1}\right)} \equiv \frac{5\pi}{6} \quad [\pi]$$

$$\Leftrightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OO_1}\right)} \equiv \frac{5\pi}{6} \quad [2\pi] \text{ ou } \widehat{\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OO_1}\right)} \equiv \frac{5\pi}{6} + \pi \quad [2\pi]$$

$$\Leftrightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OO_1}\right)} \equiv \frac{5\pi}{6} \quad [2\pi] \text{ ou } \widehat{\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OO_1}\right)} \equiv -\frac{\pi}{6} \quad [2\pi]$$

D'où $\frac{5\pi}{6}$ est la mesure principale de $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OO_1}\right)$ ou $-\frac{\pi}{6}$ est la mesure principale de $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OO_1}\right)$.

Or $\frac{5\pi}{6}$ ne peut pas être la mesure principale de $\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OO_1}\right)$ car $\widehat{IOO_1} = \frac{\pi}{6} \neq \frac{5\pi}{6}$.

Conclusion $\widehat{\left(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OO_1}\right)} \equiv -\frac{\pi}{6} \quad [2\pi]$.

Bilan : s est de rapport $\sqrt{3}$ et d'angle $-\frac{\pi}{6}$.

b- $M' = s(M) \Leftrightarrow \begin{cases} OM' = \sqrt{3}\,OM \\ \widehat{\left(\overrightarrow{OM};\overrightarrow{OM'}\right)} \equiv -\frac{\pi}{6} \quad [2\pi] \end{cases}$

$MM'^2 = OM'^2 + OM^2 - 2OM.OM'\cos\widehat{\left(\overrightarrow{OM};\overrightarrow{OM'}\right)}$

(d'après EL Kashi)

$= \left(\sqrt{3}\,OM\right)^2 + OM^2 - 2OM.\left(\sqrt{3}\,OM\right)\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)$